

13. Οι υπάλληλοι μιας εταιρείας έχουν τις παρακάτω ηλικίες:

28 36 22 41 27 50 32 29 42 29
25 38 36 45 27 29 32 39 47 33
53 33 31 40 20 34 37 29 33 27
39 37 44 26 43 26 36 34 49 36
26 31 28 59 30 28 30 34 28 24

- α. Να ομαδοποιήσετε τις ηλικίες αυτές σε 8 κλάσεις ίσου πλάτους.
β. Να βρείτε πόσοι υπάλληλοι είναι: i. Μεγαλύτεροι των 44 χρόνων.
ii. Μικρότεροι των 35 χρόνων.
γ. Να κατασκευάσετε το αντίστοιχο ιστόγραμμα συχνοτήτων των ηλικιών.

14. Η μέση τιμή επτά αριθμών είναι 5. Οι πέντε από αυτούς τους αριθμούς είναι οι 3, 4, 5, 6, 11. Να βρείτε τους άλλους δύο αριθμούς αν γνωρίζουμε ότι ο ένας είναι διπλάσιος του άλλου.

15. Δίνεται ο πίνακας:

Κλάσεις	Κέντρο κλάσης (x_i)	v_i	$x_i v_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$v_i (x_i - \bar{x})^2$
[4, 6)		7				
[6, 8)		13				
[8, 10)		17				
[10, 12)		18				
[12, 14)		29				
[14, 16)		11				
[16, 18)		5				
ΣΥΝΟΛΑ		100				

- α. Να συμπληρώσετε τον πίνακα. β. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή.
γ. Να κάνετε το ιστόγραμμα.

16. Ένα δείγμα αποτελείται από αέριες θετικές μετρήσεις, όχι αναγκαστικά διαφορετικές μεταξύ τους στις οποίες ανήκει και η τιμή 68. Η μέση τιμή του δείγματος είναι $x=56$. Όταν βγάλουμε την τιμή 68 η νέα μέση τιμή γίνεται 55. α. Να βρεθεί το μέγεθος του δείγματος β. Να βρεθεί η μεγαλύτερη δυνατή τιμή του x_i που μπορεί να εμφανιστεί στο αρχικό δείγμα.

17. Α. Να γράψετε τον πίνακα των τιμών της μεταβλητής X σωστά συμπληρωμένο.

Τιμές Μεταβλητής	Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα	Αθροιστική Συχνότητα	
x_i	v_i	f_i	$f_i\%$	N_i	$x_i v_i$
1	10				10
2				35	
3					
ΣΥΝΟΛΟ	$v=50$	1	100		

B. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο.

18. Στον παρακάτω πίνακα δίνεται η κατανομή των αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων του βάρους 80 μαθητών της Γ΄ τάξης ενός Λυκείου. Τα δεδομένα έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις.

A. Αν γνωρίζετε ότι η σχετική συχνότητα της τρίτης κλάσης είναι διπλάσια της σχετικής συχνότητας της πρώτης κλάσης, να βρείτε τις τιμές της αθροιστικής σχετικής

συχνότητας που αντιστοιχούν στην τρίτη και τέταρτη κλάση.

B. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των παραπάνω δεδομένων.

Βάρος σε κιλά [-)	Αθροιστική Σχετική Συχνότητα F_i
45-55	0,2
55-65	0,5
65-75	
75-85	

19. Ο αριθμός των πατατών που περιέχονται σε 8 σακιά των 2 Kg είναι 12,15,10,12,11,13,9,14. Να βρεθούν τα \bar{x} , δ , M_0

20. Έστω μεταβλητή X με τιμές x_i , $i=1,2,3,\dots,10$ τους διατεταγμένους ακέραιους

1 3 7 7 x ψ ζ 13 13 15,

οι οποίοι έχουν \bar{X} και επικρατούσα τιμή $M_0 = 13$.

α. Να δείξετε ότι το δείγμα έχει διάμεσο $\delta = 9$

β. Να βρεθεί η διάμεσος αν στο δείγμα οι παρατηρήσεις αυξηθούν κατά δύο μονάδες.

21. α. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα στον οποίο παρουσιάζονται οι απουσίες 75 μαθητών μιας τάξης ενός Λυκείου, αν γνωρίζουμε ότι ο μέσος όρος των απουσιών είναι 12.

Απουσίες	Μαθητές
x_i	v_i
10	x
20	y
30	5
	75

β. Να υπολογίσετε: i. Τη διακύμανση s^2 .

ii. Το συντελεστή μεταβλητότητας ($CV = \frac{s}{\bar{x}}$).

22. Ένα δείγμα έχει μέγεθος $\omega=10$ και η μεταβλητή ακολουθεί την κανονική κατανομή.

$$\text{Αν } \sum_{i=1}^{10} x_i = 2,4 \text{ και } \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 4,86$$

α. Να βρεθεί το x . β. Να βρεθεί σε ποιο διάστημα βρίσκεται το 68% περίπου των παρατηρήσεων του δείγματος.

23. Η τυπική απόκλιση μιας μεταβλητής X είναι ίση με το μηδέν. Αν t_1, t_2, \dots, t_v είναι οι τιμές της X και \bar{x} η μέση τιμή, δείξτε ότι $t_1 = t_2 = \dots = t_v = \bar{x}$.
24. Δίδεται το πολυώνυμο $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Αν \bar{x} είναι η μέση τιμή και S^2 η διακύμανση των ριζών της $f(x) = 0$, να αποδείξετε ότι $f(x) = a(x^2 - 2x\bar{x} + \bar{x}^2 - S^2)$
25. Εξετάστηκε ένα δείγμα 400 οικογενειών ως προς τον αριθμό των παιδιών τους και προέκυψε ο παρακάτω πίνακας:

Αριθμός παι- διών (x_i)	Αριθμός (v_i) οικογενειών	f_i	$f_i \%$	$v_i x_i$	N_i
0	135				
1	220				
2	8				
3	15				
4	12				
5	10				
	400				

- α. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.
- β. Να κάνετε το διάγραμμα συχνοτήτων.
- γ. Να υπολογίσετε: i. Τη μέση τιμή.
ii. Τη διάμεσο της κατανομής.
26. Οι παρακάτω αριθμοί δίνουν (σε cm) τα αναστήματα ενός δείγματος 41 μαθητών ενός σχολείου.
- 159 168 162 183 180 179 153 168 170 170
172 175 175 181 165 166 171 185 169 180
180 182 160 157 175 167 162 174 174 187
192 166 172 167 187 177 178 174 171 177 172
- α. Να υπολογίσετε τη διάμεσο.
- β. Να ομαδοποιήσετε τα αναστήματα σε κλάσεις πλάτους 5 cm και να προσδιορίσετε γραφικά τη διάμεσο από το διάγραμμα σχετικών αθροιστικών συχνοτήτων.
- γ. Να συγκρίνετε τα δύο αποτελέσματα.
27. Στην «Αττική οδό» εξυπηρετούνται καθημερινά 200 χιλιάδες οχήματα, τα οποία διανύουν από 5 έως 45 χιλιόμετρα. Η διανυόμενη απόσταση σε χιλιόμετρα από τα οχήματα αυτά παρουσιάζεται στην πρώτη στήλη του πίνακα:

Κλάσεις σε χλμ.	Κέντρο κλάσης xi	Συχνότητα ni σε χλμ.	Σχετική συχνότητα fi%	Αθροιστική Συχνότητα Ni σε χλμ.	Αθρ. Σχετ. Συχνότητα Fi%
[5, 15)		60			
[15, 25)					68
[25, 35)				180	
[35, 45)					
Σύνολο		200			

A. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να συμπληρώσετε τις τιμές των αντίστοιχων μεγεθών.

B. Να σχεδιάσετε το ιστόγραμμα (xi , $fi\%$) και το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων.

Γ. Να βρείτε τη μέση τιμή \bar{x} .

Δ. Να βρείτε το πλήθος των οχημάτων που διανύουν απόσταση τουλάχιστον 25 χλμ.

- 28.** Εξετάζουμε ένα δείγμα μαθητών ενός σχολείου ως προς τη βαθμολογία τους σ' ένα διαγώνισμα. Έστω \bar{x} η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση.
- α. Ποια θα είναι η νέα μέση τιμή και ποια η νέα τυπική απόκλιση όταν η βαθμολογία κάθε μαθητή αυξηθεί κατά:
- 2 μονάδες
 - 3 μονάδες;
- β. Τι συμπεραίνετε από τα παραπάνω για τη μέση τιμή και τη διακύμανση;
- 29.** Η βαθμολογία στα 10 μαθήματα ενός μαθητή είναι: 13, 9, 6, 10, 15, 12, 11, 0, 20, 14. Να υπολογίσετε:
- α. Τη μέση τιμή. β. Τη διακύμανση. γ. Την τυπική απόκλιση. δ. Τη διάμεσο ε. Το εύρος (R). ζ. Το συντελεστή μεταβολής (CV).
- 30.** Το βάρος των αποσκευών καθενός εκ των 80 επιβατών μιας πτήσης κάποιας Αεροπορικής Εταιρείας είναι τουλάχιστον 11 κιλά αλλά μικρότερο από 26 κιλά. Γνωρίζουμε ότι 8 επιβάτες έχουν αποσκευές με βάρος μικρότερο από 14 κιλά, το 30% των επιβατών έχει αποσκευές με βάρος μικρότερο από 17 κιλά, 48 επιβάτες έχουν αποσκευές με βάρος μικρότερο από 20 κιλά και 15% των επιβατών έχει αποσκευές με βάρος τουλάχιστον 23 κιλά.
- α. Να παρασταθούν τα δεδομένα σε έναν πίνακα συχνοτήτων.
- β. Κάθε επιβάτης δικαιούται να μεταφέρει αποσκευές με βάρος μικρότερο των 20 κιλών, διαφορετικά έχει πρόσθετη οικονομική επιβάρυνση. Να βρείτε τι ποσοστό από τους 80 επιβάτες της πτήσης αυτής έχει πρόσθετη οικονομική επιβάρυνση.
- γ. Να βρεθούν οι γωνίες των αντιστοίχων κυκλικών τομέων του κυκλικού διαγράμματος σχετικών συχνοτήτων, για τα δεδομένα του προβλήματος.
- 31.** Το βάρος ενός δείγματος μαθητών λυκείου ακολουθεί κανονική ή περίπου κανονική κατανομή. Το 50% των μαθητών του δείγματος έχουν βάρος το πολύ 65 Kg, ενώ περίπου το 47,5% αυτών έχουν βάρος από 65 Kg έως 75 Kg.
- α. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την τυπική απόκλιση του βάρους των μαθητών του δείγματος.
- β. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.
- γ. Να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών του δείγματος, που έχουν βάρος από 55 Kg έως 70 Kg.
- δ. Ο αριθμός των μαθητών του δείγματος αυτού που έχουν βάρος από 55 Kg έως 60 Kg, είναι 27. Να υπολογίσετε το σύνολο των μαθητών του δείγματος.